

銘傳大學八十九學年度轉學生招生考試

八月一日 第四節

國、企、會、風、財、經、統、資管 轉二

微積分 試題

一、選擇題(75%)

下列各題共有 5 個備選答案但僅有一個是正確的，請將正確的答案依各題號之順序寫在試卷上，格式規定如下：

題號： 1 2 3 4 5.....

答案： (1) (2) (3) (4) (5).....

1. 下列哪一個函數是偶函數？

(1) $g(x) = (x^3 + x)^{1/8}$ (2) $h(x) = e^{x^2} \sin x$ (3) $f(x) = x|x|$ (4)

$f(x) = \frac{x}{1+x^2+x^4}$ (5) $G(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$

2. $f(x) = \sin^{-1}(3x+1)$ 之定義域為

(1) $[-1,1]$ (2) $(-\infty, \infty)$ (3) $\left(-\frac{2}{3}, 0\right)$ (4) $\left[-\frac{2}{3}, 0\right]$ (5) $\left[-\frac{2}{3}, 0\right]$

3. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + x + 1} - x) = ?$

(1) $\frac{1}{4}$ (2) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (3) $-\sqrt{2}$ (4) 0 (5) $\frac{1}{2}$

4. 下列的選項何者正確？

(1) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 8}{|x - 2|} = 0$ 。

(2) 若 $f(a)$ 不可定義，則 $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ 不存在。

(3) 若 $f(x)$ 與 $g(x)$ 在 $x=2$ 處連續，則 $\frac{f(x)}{g(x)}$ 在 $x=2$ 處亦連續。

(4) 若 $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ 存在，則 $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$ 。

(5) 若 $\lim_{h \rightarrow 0} f(a+h) = f(a)$ ，則函數 $f(x)$ 在 $x=a$ 處連續。

5. 設 $f(x) = \begin{cases} x+2, & \text{若 } x \leq -1 \\ x^2, & \text{若 } -1 < x < 1 \\ 2-x, & \text{若 } 1 \leq x \end{cases}$, $f(x)$ 於何處不可微分?

- (1) $-1, 0, 1$ (2) 處處不可微分 (3) $-2, 2$ (4) 2 (5) $-1, 1$

6. 曲線 $y = \sqrt{x+3}$ 在點 $P(1, 2)$ 之切線的 y -截距為

- (1) $\frac{1}{4}$ (2) $\frac{3}{4}$ (3) $\frac{5}{4}$ (4) $\frac{7}{4}$ (5) 1

7. 下列哪一個極限值為 e ?

- (1) $\lim_{x \rightarrow \infty} x^{\ln x}$ (2) $\lim_{x \rightarrow 0} x^{\frac{1}{x}}$ (3) $\lim_{x \rightarrow 0} x^x$ (4) $\lim_{x \rightarrow 0} (1+x)^{\frac{1}{x}}$ (5) $\lim_{x \rightarrow 0} (1+x)^x$

8. 若 $f(x) = 3 + x + e^x$, 則 $(f^{-1})'(4) = ?$

- (1) $-\frac{1}{2}$ (2) $\frac{1}{4}$ (3) 2 (4) $\frac{1}{2}$ (5) -1

9. 若 $a > 0$ 且 $b > 0$, 則 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{a^x - b^x}{x} = ?$

- (1) $a - b$ (2) $\ln(a - b)$ (3) $b - a$ (4) $\ln\left(\frac{a}{b}\right)$ (5) $\ln\left(\frac{b}{a}\right)$

10. 若函數 $f(x) = x^2 + \frac{\alpha}{x}$ (α 為常數) 之圖形在 $x = 1$ 處有一反曲點, 則 α 之值為

- (1) -3 (2) -2 (3) 4 (4) -1 (5) 0

11. $\lim_{n \rightarrow +\infty} \sum_{i=1}^n \frac{1}{n} \left[\left(\frac{i}{n} \right)^3 + 1 \right]$ 之值為

- (1) 0 (2) $\frac{1}{4}$ (3) $\frac{5}{4}$ (4) $\frac{1}{2}$ (5) $\frac{2}{3}$

12. 若 $\int_0^1 t^x dt = 5$, 則 x 之值為

- (1) $-\frac{1}{5}$ (2) $-\frac{3}{5}$ (3) $-\frac{4}{5}$ (4) $\frac{3}{5}$ (5) $\frac{2}{5}$

13. 若 $f(x) = xe^{-x^2}$, 則廣義積分 $\int_{-\infty}^{\infty} xe^{-x^2} dx$ 之值為

- (1) 發散 (2) 1 (3) 0 (4) $e^2 - 1$ (5) e

14. $\int_0^2 \frac{dx}{(x-1)^2} = ?$

- (1) 1 (2) 0 (3) 發散 (4) $\frac{1}{2}$ (5) $-\frac{1}{2}$

15. 曲線 $y = x - x^2$ 與 $y = 0$ 所為成之區域繞 y -軸旋轉所形成旋轉體之體積為

- (1) $\frac{\pi}{36}$ (2) $\frac{\pi}{30}$ (3) $\frac{\pi}{6}$ (4) $\frac{\pi}{24}$ (5) $\frac{\pi}{12}$

16. 曲線 $y = \ln(\cos x)$, $0 \leq x \leq \frac{\pi}{3}$ 的弧長 L 為

- (1) $\ln(\sqrt{3}-1)$ (2) $\ln(2+\sqrt{3})$ (3) $\ln(\sqrt{2}-1)$ (4) $\ln(1+\sqrt{2})$ (5) $\ln(2+\sqrt{2})$

17. 極曲線 $r = f(\theta)$, $\alpha \leq \theta \leq \beta$ 之弧長的定積分表示式為

- (1) $\int_{\alpha}^{\beta} \sqrt{1+\theta^2} d\theta$ (2) $\int_{\alpha}^{\beta} \sqrt{r^2 + \left(\frac{dr}{d\theta}\right)^2} d\theta$ (3) $\int_{\alpha}^{\beta} \sqrt{1+r^2} d\theta$ (4) $\int_{\alpha}^{\beta} r^2 \frac{d^2r}{d\theta^2} d\theta$
 (5) $\int_{\alpha}^{\beta} \left(r + \frac{dr}{d\theta}\right) d\theta$

18. 下列的選項何者正確

(1) $f(x) = [x]$ ($[]$ 表高斯符號) 在區間 $[0,4]$ 中不連續, 故 $\int_0^4 [x] dx$ 不存在

(2) 定積分 $\int_0^4 [x] dx$ 存在但 $f(x) = [x]$ 在 $[0,4]$ 中並不連續

(3) $\int_0^4 [x] dx = 7$

(4) $f(x) = \begin{cases} (x-1)^{-2}, & \text{若 } x \neq 1 \\ 1, & \text{若 } x = 1 \end{cases}$ 在 $[0,2]$ 中是可積分函數

(5) 函數 f 在 $[a,b]$ 為連續是 f 在 $[a,b]$ 為可積分之必要條件

19. 當 p 為何值時? 無窮級數 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p}$ 收斂

- (1) $p < 1$ (2) $p > 1$ (3) $p < -1$ (4) $p \leq 1$ (5) $-1 < p < 1$

20. 下列的級數哪一個收斂?

- (1) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \ln n}$ (2) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n(\ln n)^2}$ (3) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^{0.9}}$ (4) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$ (5) $\sum_{n=1}^{\infty} (\sqrt{2})^n$

21. 設 $f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy}{x^2 + y^2}, & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0, & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$, 則下列之選項何者正確?

- (1) $f(x, y)$ 在 $(0, 0)$ 不連續且不可微分
 (2) $f_x(0, 0)$ 不存在
 (3) $f(x, y)$ 在 $(0, 0)$ 連續

(4) $f(x, y)$ 在 $(0,0)$ 連續且可微分

(5) $f_x(0,0) = f_y(0,0) = 0$ 故 $f(x, y)$ 在 $(0,0)$ 可以微分

22. 若 $u = x^{y^z}$, ($x > 0, y > 0, z > 0$), 則 $\frac{\partial u}{\partial z} = ?$

(1) $x^{y^z} (\ln x) y^z \ln y$ (2) $x^{y^z} (\ln x) yz$ (3) $x^{y^z} (\ln x) y^z$ (4) $x^{y^z} \ln x \ln y$ (5) $x^{y^z} \ln x$

23. 曲面 $36z = 4x^2 + 9y^2$ 與平面 $x = 3$ 之交線在點 $(3, 2, 2)$ 之切線方程式為

(1) $\begin{cases} x = 3 \\ y - z = 0 \end{cases}$ (2) $y + z = 0$ (3) $\begin{cases} x = 3 \\ 2y - z = 0 \end{cases}$ (4) $\begin{cases} x = 3 \\ y + z = 0 \end{cases}$ (5) $y - z = 0$

24. $\int_0^1 \int_y^1 \frac{1}{1+x^4} dx dy = ?$

(1) $\frac{\pi}{8}$ (2) 2π (3) π (4) $\frac{\pi}{6}$ (5) $\frac{\pi}{4}$

25. 拋物面 $z = 2 - x^2$, 平面 $x + y = 1$ 與各座標平面所圍成的立體在第一卦限內的體積可表為

(1) $V = \int_0^1 \int_0^{1-x} \int_0^{2-x^2} dz dy dx$

(2) $V = \int_0^1 \int_0^{1-x} \int_0^{\sqrt{2-z}} dz dy dx$

(3) $V = \int_0^1 \int_0^{x+1} \int_0^{\sqrt{2-z}} dz dy dx$

(4) $V = 8 \int_0^1 \int_0^{1-x} \int_0^{2-x^2} dz dy dx$

(5) $V = \int_0^1 \int_0^{1-y} \int_0^{\sqrt{2-x}} dz dy dx$

二、填充題(25%)

是將下列各題之正確答案(不要演算過程)一題號之順序依序寫在試卷上。

1. 若 $f(x) = \frac{\tan x}{x^4 + x^2 + 1}$, 則 $\int_{-10}^{10} f(x) dx = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

2. 若 $f(x, y) = \sum_{n=0}^{\infty} (xy)^n$ ($|xy| < 1$), 則 $\frac{\partial f}{\partial x} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

3. 若 $F(x) = e^{\int_0^x e^{t^2} dt}$, 則 $F'(0) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

4. 曲面 $\cos \pi x - x^2 y + e^{xz} + yz - 4 = 0$ 上點 $P(0, 1, 2)$ 之切平面方程式為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

5. 若 $b > a > 0$ ，則 $\int_0^\infty \int_a^b \frac{1}{e^{xy}} dx dy = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

試題完